

2013-2014学年第一学期高等代数与解析几何期中考试试题

1. (10分) 求 t 值使 $f(x) = x^3 - 3x^2 + tx - 1$ 有重根

2. (10分) 计算 n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \cdots & \beta \\ \gamma & \alpha & \cdots & \beta \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma & \gamma & \cdots & \alpha \end{vmatrix}$$

3.(15分)设向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1, 3), \alpha_2 = (-1, -3, 5, 1), \alpha_3 = (3, 2, -1, p+2), \alpha_4 = (-2, -6, 10, p)$

(1) p 为何值时, 该向量组线性无关? 并在此时将向量 $\beta = (4, 1, 6, 10)$ 用 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表出

(2) p 为何值时, 该向量组线性相关? 并在此时求出它的秩和它的一个极大线性无关组。

4.(15分)设有线性方程组 (1)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_4 = -6 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$
 与 (2)
$$\begin{cases} x_1 + mx_2 - x_3 - x_4 = -5 \\ nx_2 - x_3 - 2x_4 = -11 \\ x_3 - 2x_4 = -t + 1 \end{cases}$$

(1)用导出组的基础解系表示方程组 (1) 的一般解

(2) m, n, t 为何值时方程组 (1) 与 (2) 同解?

5.(10分)设 $f(x), g(x)$ 都是数域 P 上的多项式, $a_1, a_2, a_3, a_4 \in P$ 且 $a_1a_4 - a_2a_3 \neq 0$,
求证: $(a_1f(x) + a_2g(x), a_3f(x) + a_4g(x)) = (f(x), g(x))$

6.(10分)设 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 为非零实矩阵, 证明: 若 $|A|$ 的每一个元素 a_{ij} 都等于它的代数余子式, 则 A 的秩等于 n

7.(10分) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t$ 是某齐次线性方程组的一个基础解系, β 不是这个方程组的解, 证明: $\beta, \beta + \alpha_1, \beta + \alpha_2, \dots, \beta + \alpha_t$ 线性无关

8. (10分) 设 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_t$ 是某个非齐次线性方程组的 t 个解向量, 问 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_t$ 怎样的线性组合仍为该方程组的解向量?