

2013-2014 学年第二学期数学类高等代数期中考试

1. 判断曲线 $x^2 - 4y^2 - 2z^2 - 4xy + 4xz + 8yz - 6x - 4y - 4z + 9 = 0$ 的类型

2. 求与直线 $l_1 : \begin{cases} x = 1 \\ y = z \end{cases}$, $l_2 : \begin{cases} x = -1 \\ y = -z \end{cases}$, $l_3 : \frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+2}{5}$ 都共面的直线形成的曲面方程

3. A, B 均为正定矩阵, 证明: $|A| < |A + B|$

4. 已知 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 为线性空间 V 的一组基, 证明: $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \dots, \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ 为 V 的一组基, 并求 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)(n, n-1, \dots, 1)'$ 在基 $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \dots, \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ 下的坐标

5. 求 $L(\alpha_1, \alpha_2)$ 与 $L(\beta_1, \beta_2)$ 的交与和的空间的基和维数

$$\alpha_1 = (1, 2, 1, 0), \alpha_2 = (-1, 1, 1, 1), \beta_1 = (2, -1, 0, 1), \beta_2 = (1, -1, 3, 1)$$

6. $n \times n$ 阶矩阵 A, B, C, D 两两可交换 \dots , 且 $AC + BD = E, V = \{X | ABX = 0\}, V_1 = \{X | AX = 0\}, V_2 = \{X | BX = 0\}$, 证明: $V = V_1 \oplus V_2$

7. $X'AX$ 为 $r = n$ 的实二次型, 证明: 存在 R^n 的一个 $\frac{1}{2}(n - |S|)$ 维子空间 V (S 为符号差), 使, $\forall X \in V, X'AX = 0$