

# 数学科学学院2015级高等代数2-1期末考试

命题人:耿薇 (回忆人:张万鹏)

一、[此处省略三个平面的方程(没记住)]讨论:

- (1)何时相交于一点,并求出该点的坐标;
- (2)何时相交于一条直线,并求出该直线的方程;
- (3)何时三个平面两两相交并且交线平行.

二、[此处省略两组直线方程,每组有两条直线(没记住)]

- (1)判断第一组的两直线共面还是异面,若异面则求出两直线的公垂线,若共面则求出平面方程;
- (2)同上,对第二组进行判断.

三、求行列式 
$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{vmatrix}.$$

四、求点(2, 4, 3)在直线 $x = y = z$ 上的投影点及到直线的距离.

五、已知 $A + B = 2E$ ,  $B^* = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,求矩阵 $X$ 使得 $AX = B$ .

六、已知矩阵 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ , $A$ 可逆.求证:秩( $A$ )+秩( $D - CA^{-1}B$ )=秩 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ .

七、已知 $a, b, c$ 不共面.求证: $r = \frac{(r, b, c)}{(a, b, c)}a + \frac{(r, c, a)}{(a, b, c)}b + \frac{(r, a, b)}{(a, b, c)}c$ .

八、证明:设 $m \times n$ 矩阵 $A$ 的秩为 $r$ ,则有 $m \times r$ 的列满秩矩阵 $P$ 和 $r \times n$ 的行满秩矩阵 $Q$ ,使 $A = PQ$ .