

2014-2015 学年伯苓班泛函分析期末考试

一. 一些基础概念定义

1. 什么是疏集, 什么是第二纲集, 给出一个测度为 0 的第二纲集的例子
2. 什么是全有界集, 距离空间全有界集有啥性质
- 3.
- 4.
- 5.

二. 算子 $id : (R^n, C^2) \rightarrow (R^n, C^\infty)$, 求 $\|id\|$

三. 设 X 是完备距离空间, $T : X \rightarrow X$ 为连续算子, 且 $\inf_n \sup_{x \neq y} \frac{d(T^n x, T^n y)}{d(x, y)} < 1$, 证明 T 有一不动点

四. 设 X 是 Banach 空间, $\{x_n\}_{n=1}^\infty$ 是 Banach 空间 X 的一个子集, 证明:

$\forall f \in X^*, \sum_{n=1}^\infty |f(x_n)| < \infty$ 的充要条件是 $\forall \{\varepsilon_n\}_{n=1}^m, \varepsilon_n = \pm 1, \|\sum_{n=1}^m \varepsilon_n x_n\| < \infty, m$ 遍历整数

五. $X = l^p (1 \leq p \leq \infty)$, 对 $x = \{x_n\}_{n=1}^\infty \in l^p, Tx = (x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$, 求 T 的谱