

1. 用留数定理计算 $\int_{|z|=2} \frac{e^z}{z^2+1} dz$.
2. 求函数 $f(z) = z^5 e^{\frac{1}{z}}$ 的奇点及奇点类型，并求其Laurent展开。
3. 求方程 $2z^9 + 7z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + 1 = 0$ 在 $|z| < 1$ 中解的个数。
4. 函数 f 在 $|z| < 2$ 中解析，连续到 $|z| = 2$ 。若函数在 $|z| = 2$ 上满足 $|f(z)| \leq M$ ，则其在 $|z| = 1$ 上有 $|f''(z)| < 4M$ 。
5. 设简单闭曲线 C ，若函数 $f(z)$ 在 C 内部解析，证明 $f(z)$ 在 C 中只有有限个零点和极点。
6. 函数 $f(z)$ 为复平面中单位圆盘的解析自同构，且满足 $f(0) = 0$ ，求 $f(z)$ 。