

2014-2015 学年第二学期数学分析期中考试

- 计算 (1) $\int \frac{1}{e} |\ln x| dx$
(2) $\int_{-1}^1 \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$
- 已知 $\{a_n\} \in [a, b]$, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$, $\{a_n\}$ 为 f 在 $[a, b]$ 上仅有的断点, 求证: f 在 $[a, b]$ 上可积
- 已知 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 连续可微, $f(0) = f(1) = 0$, 求证: $(\int_0^1 f(x) dx)^2 \leq \frac{1}{12} \int_0^1 [f'(x)]^2 dx$
- 已知 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{y^2} e^{-\frac{x^2}{y^2}} & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}$
- 若 f 在 R^2 上连续, 且 $\lim_{x^2+y^2 \rightarrow \infty} f(x, y) = A$, 试证
 - f 有界
 - f 在 R^2 上一致连续。