

2015级数学分析3-3期末考试(数学类)

命题人:丁龙云(回忆:张万鹏)

一、计算 $\int_L (x^2 - 2xy)dx + (y - 2x)dy$. 其中 L 是曲线 $y = x^3$ 由 $(1,1)$ 到 $(0,0)$ 的路径.

二、计算 $\iint_S (x^2 + 2y^2 + 3z^2)dS$. 其中 $S : x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (a > 0)$.

三、写出 $f(x) = \cos^2 x, g(x) = \sin x^2$ 在 $x_0 = 0$ 处的幂级数.

四、写出 $\frac{[2^n + (-1)^n]^n}{3^n} x^n$ 的收敛区间, 并求其和函数.

五、讨论 $\int_0^{+\infty} \cos x^p$ 的收敛性. ($p > 0$)

六、证明 $\sum_{n=1}^{\infty} x e^{-nx}$ 在 $(0, +\infty)$ 内闭一致收敛但非一致收敛.

七、 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$. 写出 $f(x)$ 的傅里叶级数并求其和函数.

八、证明 $F(y) = \int_0^{+\infty} e^{-xy}$ 在 $(0, +\infty)$ 连续.

九、已知 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n_k+1} + \cdots + a_{n_{k+1}})$ 收敛, $M_k = \max_{p \leq n_{k+1} - n_k} |a_{n_k+1} + \cdots + a_{n_k+p}|$.

证明: $\lim_{k \rightarrow \infty} M_k = 0 \iff \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛.