

## 2016-2017 学年第二学期数学分析 3-2 期中测试

命题人：朱少红

一、求函数  $y = x^{\frac{3}{2}}$  在区间  $[0,4]$  上的弧长。

二、求下列极限

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (\sqrt{x} + y) \ln(x + |y|)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \int_x^{x^2} \sqrt{1+t^2} dt}{x^2}$$

三、已知函数  $f(x)$  在  $[a,b]$  上有界， $a_n \in [a,b]$ ， $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$ 。  $a_n$  为函数  $f$  在  $[a,b]$  上仅有的间断点，求证  $f$  在  $[a,b]$  上可积。

四、证明： $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\sqrt{n}}^n \frac{\sin x^2}{x} dx = 0$ 。

五、讨论  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{(x^2 + y^2)^p}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$  在  $(0,0)$  处的连续性。

六、设  $f(X)$  是  $\mathbb{R}^n$  中有界闭集  $D$  上的连续函数，求证： $f$  在  $D$  上能取得最小值。