

1. 证明  $\lim_{x \rightarrow x_0} a^x = a^{x_0}$  ( $0 < a < 1$ )

2. 叙述并证明复合函数极限法则.

3. 计算下列极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{\sin x} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^4}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2 + e^{\frac{1}{x}}}{1 + e^{\frac{4}{x}}} + \frac{\sin x}{|x|} \right) \quad (4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \arctan x - \pi}{x - 1}$$

4. 设  $x_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$ . 用柯西收敛准则证明  $\{x_n\}$  收敛

5. 设  $f(x)$  在  $(a, +\infty)$  上单调减少, 且  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$ . 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = A$ . 证明  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ .

6. 设  $x_{n+1} = \frac{3 + 3x_n}{3 + x_n}$ , 证明  $\{x_n\}$  收敛并求极限.