

# 2021—2022 学年第一学期数值分析期末考试

命题人：吴春林，赵志勇

考试时间：2022 年 1 月 6 日

一、(18 分)

- (1). 将十进制小数  $(0.625)_{10}$  转化为二进制小数
- (2). 将八进制数  $(153)_8$  转化为二进制数
- (3). 设  $f(x) = x^4 + 1$ , 求  $f[2^0, 2^1]$  与  $f[2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4]$  的值

二、(10 分)  $f(x) = \ln x$ , 求使得积分  $\int_1^2 [f(x) - ax - b]^2 dx$  最小的系数  $a$  与  $b$

三、(8 分) 求一次数不高于 2 的多项式  $f(x)$ , 使得  $f(1) = 3, f(2) = 2, f(3) = 3$

四、(10 分) 求函数  $f(x) = \sqrt{x+1}$  在  $[0,1]$  上的一次最佳一致逼近多项式

五、(24 分) 考虑以下线性方程组：

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- (1). 使用 Doolittle 分解法求线性方程组的精确解
- (2). 给出 Jacobi 迭代法与 Gauss-Seidel 迭代法的迭代格式; 采用这两种方法, 由初值  $x^0 = (0, 0, 0, 0)^T$ , 计算迭代两次后的结果 (结果保留小数点后三位)
- (3). 证明 (2) 中的两种迭代过程都是收敛的
- (4). 给出求解系数矩阵谱条件数的算法

六、(12 分) 对区间  $[0,3]$  上的连续函数  $f(x)$ , 有如下的数值积分式：

$$\int_0^3 f(x) dx \approx \frac{3}{4}f(0) + \frac{9}{4}f(2)$$

- (1). 验证以上公式是插值型数值积分公式
- (2). 给出该数值积分公式的代数精度

七、(12 分) 对某非线性方程, 有以下迭代格式：

$$\varphi(x) = x + c(x^2 - 3)$$

- (1). 当系数  $c$  在什么范围时, 迭代序列能够收敛到  $\sqrt{3}$
- (2). 系数  $c$  取何值时, 迭代法收敛最快?

八、(6 分) 证明对任何  $f(x) \in C[a, b]$ , 都存在区间上的一个插值节点序列, 使得插值多项式一致收敛到  $f$

(18 化学邓哲整理, 很多题的描述与原卷不完全一致, 大家练习一下就好, 如有疏漏还望理解, 预祝各位考试顺利! )