数学科学学院本科生2011 — 2012学年第一学期《数理统计》期末考试试卷(A卷)

草 稿 区

任课教师:　　　专业:　　　年级:　　　学号:　　　姓名:　　　成绩:

得 分

一、填空题(本题共22分, 每空2分).

(i). 设$\phi(x)$为关于假设$H_0:\theta\le\theta_0\leftrightarrow H_1:\theta>\theta_0$的水平$\alpha$的UMPT，则它的两个最优性为：

____________________和____________________.

(ii). 设$X_1,\ldots,X_n$为来自正态分布$N(\mu,1)$的iid样本，则关于假设$H_0:\mu=0\leftrightarrow H_1:\mu\ne 0$的水平为$\alpha$的UMPU检验为$\phi(x)=\begin{cases}1, & ________, \\ 0, & 否则,\end{cases}$ 它与关于正态总体的显著性检验中的________检验相同.

(iii). 设$X_1,\ldots,X_n$为来自均匀分布$U(0,\theta)(\theta>0)$的IID样本，则$X_{(n)}$的概率密度函数为________________.

(iv). 设$X_1,\ldots,X_n$为来自正态分布$N(\mu,\sigma^2)(\mu,\sigma$均未知)的iid样本，则参数$\mu$的$1-\alpha$的置信区间为__________________.

(v). $\Gamma(\alpha,\lambda)$分布的PDF为：____________、期望为________，关于参数____具有可加性.

(vi). 关于二维$r\times s$列联表独立性检验的统计量为：____________________，其极限零分布(包括自由度)为：____________.

得 分

二、(12分)设某产品的寿命服从指数分布$E(\lambda)$，现独立地观测此产品n件，记其寿命为$X_1,\ldots,X_n$，求其平均寿命的水平为$1-\alpha$的置信限，其中$\alpha\in(0,1)$.

草 稿 区

得 分

三 、(12分)设$X_1,\ldots,X_m$为来自正态总体$N(\mu_1,\sigma_1^2)$的iid样本，$Y_1,\ldots,Y_n$为来自正态总体$N(\mu_2,\sigma_2^2)$的iid样本，且全样本独立，记 $\bar{X}=\sum_{i=1}^m X_i/m, \bar{Y}=\sum_{i=1}^n Y_i, S_m^2=\sum_{i=1}^m (X_i-\bar{X})^2/(m-1), S_n^2=\sum_{i=1}^n (Y_i-\bar{Y})^2/(n-1)$, $S_{mn}^2=\left[(m-1)S_m^2+(n-1)S_n^2\right]/(m+n-2)$. 把两样本正态总体显著性检验填写在如下的表中：

参数	讨厌参数	假设(一个双边、两个单边)	检验统计量	拒绝域
$\mu_1-\mu_2$	$\sigma_1=\sigma_2=\sigma$未知			
	$m=n$			
σ_1^2/σ_2^2	μ_1,μ_2已知			
	μ_1,μ_2均未知			

草 稿 区

得 分

四、(16分) 设$X_1, \dots, X_m$为来自$N(\mu, \sigma^2)$的iid样本，$X_{m+1}, \dots, X_{m+n}$为来自$N(\mu, 4\sigma^2)$的iid样本，且全样本独立，其中μ, σ^2均未知. 求μ, σ^2的MLE及UMVUE.

草 稿 区

得 分

五、(12分) 设$X_1, \ldots, X_n$为来自具有如下PDF：$f(x,\mu) = e^{-(x-\mu)} I_{(x \geq \mu)}$的总体的iid样本，其中$\mu \in R$为未知参数. 求假设 $H_0 : \mu = 0 \leftrightarrow H_1 : \mu \neq 0$的水平为$\alpha$的似然比检验.

得 分

六、(14分) 设$X_1, \ldots, X_n$为来自分布$\Gamma(m, \lambda)$的iid样本，其中$m > 0$为已知的正整数，$\lambda > 0$为未知参数.

(i). 求假设$H_0 : \lambda \leq 1 \leftrightarrow H_1 : \lambda > 1$的水平$\alpha$的UMPT, 并记之为$\phi(x)$;

(ii). 证明$\phi(x)$的功效函数单调.

草 稿 区

得 分

七、(12分) 设$X_1,\ldots,X_n$为来自均匀分布$U(0,1)$的iid样本，记极差$R = X_{(n)} - X_{(1)}$. 求R的PDF，并证明：当$n \to \infty$时，$2n(1-R) \xrightarrow{\mathcal{L}} \chi^2(4)$. (提示：$(X_{(1)}, X_{(n)})$的联合PDF为$f(x,y) = n(n-1)(y-x)^{n-2} I_{(0<x<y<1)}$.)

草 稿 区