数学科学学院本科生2012 — 2013学年第一学期《数理统计》期末考试试卷(A卷)

草 稿 区

任课教师:　　　　专业:　　　　年级:　　　　学号:　　　　姓名:　　　　成绩:

得 分

一、填空题(本题共22分, 每空2分).

(i). 设$X_1,\ldots,X_n$为来自$b(1,p)$iid样本，则参数p^2的MLE为__________.

(ii). 自由度分别为(m,n)与$(n,m)(m\neq n)$的F分布的上侧分位数间的关系为：$F_\alpha(m,n)=$______________.

(iii). 设$\phi(x)$为关于假设$H_0:\theta\le\theta_0\leftrightarrow H_1:\theta>\theta_0$的水平$\alpha$的UMPT，则它的两个最优性为：

________________________和________________________.

(iv). 设$X_1,\ldots,X_n$为来自正态分布$N(\mu,1)$的iid样本，则关于假设$H_0:\mu=0\leftrightarrow H_1:\mu\neq 0$的水平

为α的UMPU检验为$\phi(x)=\begin{cases}1, & __________,\\ 0, & \text{否则},\end{cases}$ 它等同于正态总体显著性检验中的_____检验.

(v). 设$X_1,\ldots,X_n$为来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的iid样本(σ^2未知)，则参数μ 的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为

______________________________, 它等同于单样本正态总体显著性检验中的_____检验.

(vi). 单参数指数型分布族$\{c(\theta)\exp\{Q(\theta)T(x)\}h(x)\}$为单调似然比分布族的充分条件为：______________.

(vii). 关于二维$r\times s$列联表独立性检验的统计量为：________________________，其极限零分布(包括自由度)为：______________.

得 分

二、(12分)设$X_1,\ldots,X_m$为来自正态总体$N(\mu_1,\sigma_1^2)$的iid样本，$Y_1,\ldots,Y_n$为来自正态总体$N(\mu_2,\sigma_2^2)$的iid样本，且全样本独立，记 $\bar X=\sum_{i=1}^m X_i/m, \bar Y=\sum_{i=1}^n Y_i/n, S_{1m}^2=\sum_{i=1}^m(X_i-\bar X)^2/(m-1), S_{2n}^2=\sum_{i=1}^n(Y_i-\bar Y)^2/(n-1)$, $S_{mn}^2=[(m-1)S_{1m}^2+(n-1)S_{2n}^2]/(m+n-2)$. 关于两样本正态总体显著性检验，请填写如下表格：

草 稿 区

参数	讨厌参数	假设(一个双边、两个单边)	检验统计量	拒绝域
$\mu_1-\mu_2$	σ_1,σ_2均已知			
	$\sigma_1=\sigma_2=\sigma$未知			
σ_1^2/σ_2^2	μ_1,μ_2已知			
	μ_1,μ_2均未知			

得 分

三、(11分)设$X_1,\ldots,X_m$和$Y_1,\ldots,Y_n$为分别来自指数分布$E(\lambda_1)$及$E(\lambda_2)$的iid样本，且全样本独立. 求λ_2/λ_1的水平为$1-\alpha$的置信区间，其中$\alpha\in(0,1)$.

草 稿 区

得 分

四、(11分)设$X_1,\ldots,X_n$为来自均匀分布$U(0,p)$的iid样本，求假设$H_0: p=1 \leftrightarrow H_1: p=2$的水平为$\alpha$的MPT，并把它非随机化.

草 稿 区

得 分

五、 (11分)设$X_1, X_2, \ldots, X_n$是来自正态总体$N(0, \sigma^2)$的IID样本，σ^2未知. 证明：$\frac{1}{n}\sum X_i^2$是σ^2的有效估计量.

草 稿 区

得 分

六、(11分)设$X_1, X_2, \ldots, X_n$是来自多项总体$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & r \\ p_1 & p_2 & \cdots & p_r \end{pmatrix}$的IID样本, 其中$0 < p_i < 1, \sum_{i=1}^r p_i = 1$. 求$p_i, i = 1, \ldots, r$的MLE(请写出过程, 只写结果不给分).

草 稿 区

得 分

七、(12分) 设$X_1,\ldots,X_n$为来自总体PDF为$f(x,\theta)=\theta x^{\theta-1}I_{(0,1)}(x)$的iid样本，其中$\theta>0$为未知参数.

(i). 求$\log X_1$的分布;

(ii). 求关于假设 $H_0:\theta\le\theta_0 \leftrightarrow H_1:\theta>\theta_0$的水平为$\alpha$的UMPT, 其中$\theta_0>0$已知.

草 稿 区

得 分

八、(10分)设$X_1,\dots,X_n$为来自指数分布$E(1)$的iid样本. 定义：$Z_i=X_{(i)}-X_{(i-1)}, X_{(0)}=0$. 证明$Z_1,\dots,Z_n$相互独立，且$2(n-i+1)Z_i\sim\chi^2(2)$. (提示：此时次序统计量$(X_{(1)},\dots,X_{(n)})$的联合PDF为$f(x_1,\dots,x_n)=n!\exp\{-\sum_{i=1}^n x_i\}I(x_n>\cdots>x_1>0)$).