

数学科学学院本科生2014 — 2015学年第一学期《数理统计》期末考试试卷(B卷)

草稿区

任课教师: 专业: 年级: 学号: 姓名: 成绩:

得分

一、填空题(本题共18分, 每空2分).

- (i). 设 X_1, \dots, X_n 为来自二项分布 $b(1, p)$ iid样本, 则参数 p^3 的MLE为_____
- (ii). 自由度为 (m, n) , (n, m) 的 F 分布上侧分位数间的关系为: $F_\alpha(m, n) =$ _____.
- (iii). 设 X_1, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的IID样本, 则 σ 的UE的方差的C-R下界为_____, μ^2 的UE的CR下界为_____.
- (iv). 设 X_1, \dots, X_n 为来自正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ 均未知)iid样本, 则参数 μ 的 $1-\alpha$ 的CI为_____
- (v). 设 $\phi(x)$ 为关于假设 $H_0: \theta \leq \theta_0 \leftrightarrow H_1: \theta > \theta_0$ 的水平 α 的UMPT, 则它的两个最优性为:
_____和_____.
- (vi). 针对 r 个分类, 且没有未知参数的属性变量的 χ^2 拟合优度检验的统计量为: _____, 其临界值为:_____

得分

二、(15分) 设 X_1, \dots, X_n 为来自 $N(\mu, \sigma^2)$ 的iid样本, 证明样本均值与样本方差独立.

得分

三、(13分) 设 X_1, \dots, X_m 为来自连续分布函数 F 的iid样本, 求 $\text{Var}[F(X_{(i)})]$.

得分

四、(13分) 设 X_1, \dots, X_n 为来自均匀分布 $U(0, p)$ 的IID样本, 求 p 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间.

得分

五、(15分) 已知在一次试验中，事件A发生的概率是一个未知常数 p ，今在 n 次重复试验中观察到事件A发生 f 次，试求 p 的有效估计。

得分

六、(11分) 设 X_1, \dots, X_m 和 Y_1, \dots, Y_n 分别为来自两个独立的正态总体 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma^2)$ 的样本, α 和 β 是两个常数, 试求

$$Z = \frac{\alpha(\bar{X} - \mu_1) + \beta(\bar{Y} - \mu_2)}{\sqrt{\frac{mS_{1m}^2 + nS_{2n}^2}{m+n-2}} \sqrt{\frac{\alpha^2}{m} + \frac{\beta^2}{n}}}$$

的概率分布。其中 S_{1m}^2 与 S_{2n}^2 分别表示两个总体的样本方差。

得分

七、(15分)设 X_1, \dots, X_m 为来自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 的iid样本, Y_1, \dots, Y_n 为来自正态总体 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的iid样本, 且全样本独立, 记 $\bar{X} = \sum_{i=1}^m X_i/m, \bar{Y} = \sum_{i=1}^n Y_i/n, S_{1m}^2 = \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2/(m-1), S_{2n}^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2/(n-1), S_{mn}^2 = [(m-1)S_{1m}^2 + (n-1)S_{2n}^2]/(m+n-2)$. 关于两样本正态总体显著性检验, 请填写如下表格:

参数	讨厌参数	假设(一个双边、两个单边)	检验统计量	拒绝域
$\mu_1 - \mu_2$	$\sigma_1/\sigma_2 = c$ 已知			
	$m = n$			
σ_1^2/σ_2^2	$\mu_1 = \mu_2 = 0$			
	μ_1, μ_2 均未知			