

数学科学学院本科生2015 — 2016学年第一学期《数理统计》期末考试试卷(B卷)

草稿区

任课教师: 专业: 年级: 学号: 姓名: 成绩:

得分

一、填空题(本题共14分, 每空2分).

- (i). 设 X_1, \dots, X_n 为来自二项分布 $B(N, p)$ iid样本, 则参数 p^2 的MLE为_____
- (ii). 设 X_1, \dots, X_n 为来自正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ 均未知)iid样本, 则参数 σ^2 的矩估计为_____
- (iii). 设 X_1, \dots, X_n 为来自正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ 均未知)iid样本, 则参数 μ 的 $1-\alpha$ 的CI为_____
- (iv). 设 X_1, \dots, X_n 为来自正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ 均未知)iid样本, 则检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0 \leftrightarrow H_1: \mu > \mu_0$ 的统计量为_____, 拒绝域为_____
- (v). 设 X_1, \dots, X_n 为来自均匀分布 $U(0, \theta)$ ($\theta > 0$)的IID样本, 则 $X_{(n)}$ 的概率密度函数为_____
- (vi). 自由度为 $(1, n)$ F 分布的上侧分位数与 t 分布的分位数间的关系为: $F_\alpha(1, n) =$ _____.

得分

二、(16分)叙述NP引理前两个结论, 并证明之。

得分

三、(16分) 设 X_1, \dots, X_m 为来自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 的iid样本, Y_1, \dots, Y_n 为来自正态总体 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的iid样本, 且全样本独立, 记 $\bar{X} = \sum_{i=1}^m X_i/m, \bar{Y} = \sum_{i=1}^n Y_i/n, S_{1m}^2 = \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2/(m-1), S_{2n}^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2/(n-1), S_{mn}^2 = [(m-1)S_{1m}^2 + (n-1)S_{2n}^2]/(m+n-2)$. 关于两样本正态总体显著性检验, 请填写如下表格:

参数	讨厌参数	假设(一个双边、两个单边)	检验统计量	拒绝域
$\mu_1 - \mu_2$	$\sigma_1/\sigma_2 = c$ 已知			
	$m = n$			
σ_1^2/σ_2^2	$\mu_1 = \mu_2 = 0$			
	μ_1, μ_2 均未知			

得分

四、(10分) 设 X_1, \dots, X_n 独立, 且 $X_i \sim N(a_i, \sigma_i^2), 1 \leq i \leq n$. 记 $Y = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^{-2} X_i}{\sum_{i=1}^n \sigma_i^{-2}}, Z = \sum_{i=1}^n \sigma_i^{-2} (X_i - Y)^2$. 证明

(1) Y, Z 相互独立;

(2) $Z \sim \chi^2(n-1, \delta)$, 其中 $\delta^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^{-2} (a_i - EY)^2$.

得分

五、(10分)设 X_1, X_2 为来自总体 X 的样本, X 的概率密度函数为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{2(\theta-x)}{\theta^2}, & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试求 θ 的MLE和总体均值 μ 的MLE。

得分

六、(10分)已知在一次试验中,事件A发生的概率是一个未知常数 p ,今在 n 次重复试验中观察到事件A发生 f 次,试求 p 的有效估计。

得分

七、(12分)设 X_1, \dots, X_n 为来自总体 $U(0, p)$ 的iid样本,其中 p 未知,试求假设

$$H_0 : p = 1 \leftrightarrow H_1 : p = p_1 (> 1)$$

的水平为 α 的MP检验,并把它非随机化.

得分

八、(12分) 设 X_1, \dots, X_n 为来自总体PDF为 $f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ 的iid样本, 其中 $\theta > 0$ 为未知参数.

- (i). 求 $\log X_1$ 的分布;
- (ii). 求关于假设 $H_0 : \theta \leq \theta_0 \leftrightarrow H_1 : \theta > \theta_0$ 的水平为 α 的UMPT, 其中 $\theta_0 > 0$ 已知.

数学科学学院本科生2015 — 2016学年第一学期《数理统计》期末考试试卷(B卷) 专业: 年级: 学号: 姓名:

草稿区