

# 2019-2020 年第二学期点集拓扑期末考试题

Recalled By 雷锋叔叔们

2020 年 9 月 14 日

1. 证明:  $\partial(A \cup B) \subset \partial(A) \cup \partial(B)$
2. 设  $X$  为不可数集,  $\mathcal{T}$  为可数补拓扑, 证明  $(X, \mathcal{T})$  为连通空间.
3. 设  $X$  为可数紧致空间,  $f: X \rightarrow Y$  为连续映射, 证明  $f(X)$  也是可数紧致空间.
4. 设  $X$  为拓扑空间,  $Y$  为 Hausdorff 空间,  $f: X \rightarrow Y$  为连续映射, 证明  $\{(x, f(x)) | x \in X\}$  是积空间  $X \times Y$  中的闭子集.
5. 设  $X$  为正规空间,  $A, B$  为其中两个无交的闭集, 证明存在开集  $U, V$  使得  $A \subset U, B \subset V, \bar{U} \cap \bar{V} = \emptyset$
6. 证明有限补空间是第一可数空间的充分必要条件是其为可数集.
7. 设  $X$  为紧致空间,  $Y$  为  $T_1$  空间,  $\{A_i | i = 1, 2, 3, \dots\}$  为一个非空闭集下降序列, 证明

$$f(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i) = \bigcap_{i=1}^{\infty} f(A_i)$$

8. 设  $X$  和  $Y$  为两个拓扑空间, 证明: 映射  $f: X \rightarrow Y$  是开映射当且仅当  $(f^{-1}(B))^{\circ} \subset f^{-1}(B^{\circ})$
  9. 在  $\mathbb{R}$  上考虑如下的等价关系:  $x \sim y$  当且仅当  $x = y$  或者  $x, y \in \mathbb{Z}$ , 证明商空间  $\mathbb{R}/\sim$  不是第一可数空间.
  10. 设  $X$  为 Hausdorff 空间,  $A$  为局部紧致空间, 证明: 存在开集  $U$ , 闭集  $F$ , 使得  $A = U \cap F$ .
- 就回忆者目前的记录来看, 目前题目应该没有打印错误, 祝考试顺利!