2022-2023 学年上期数学分析 3-3(大类)期中测试

命题:李佳傲 (回忆:Mathzwj)

一.计算$\int_L x^4 ds$,其中L为球面$x^2+y^2+z^2=9$与平面$x+y+z=0$的交线.

二.计算$\int_L \frac{ydx-xdy}{x^2+y^2}$,其中$L$为椭圆$x^2+4y^2=1$,以逆时针方向为正.

三.计算$\iint_\Sigma \frac{xdydz+(z+1)^3 dxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$,其中$\Sigma$为下半球面$z=-\sqrt{1-x^2-y^2}$,以上侧为正.

四.判断下列级数的敛散性(指明是绝对收敛,条件收敛还是发散):

(1)$\sum_{n=1}^{\infty}\left[e-\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right]^p \ (p>0)$　　(2)$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n+n\pi)}{n}$

(3)$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)!!}{n^p(2n)!!}(p>0)$　　(4)$\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$

五.已知级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$收敛,问:级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n^{2023}$是否一定收敛?

六.已知正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$收敛,以下级数是否一定收敛:(1)$\sum_{n=1}^{\infty}a_n^{1+\frac{1}{\sqrt{n}}}$;(2)$\sum_{n=1}^{\infty}a_n^{1-\frac{1}{\sqrt{n}}}$.

七.判断下列反常积分敛散性(指明是绝对收敛,条件收敛还是发散):

(1)$\int_0^{+\infty}\frac{dx}{x^\alpha+x^\beta}(\alpha,\beta\in\mathbb{R})$　　(2)$\int_2^{+\infty}\frac{\sin x}{x\ln x}dx$