

2023-2024 学年大类泛函分析期末测试

命题:李磊 (回忆:Mathzwj)

一.证明: c_{00} 在 l^∞ 中不是稠密的.

二.设 $c = \{c_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in l^\infty$. 对 $\forall x = \{x_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in l^2$, 定义线性算子 $T_c(x) = (c_n x_n)_{n \in \mathbb{N}}$. 证明 T_c 连续.

三.条件同上一题.求 T_c 的共轭算子.

四.在 $L^2[-1,1]$ 中对 $\{1, x, x^2\}$ 应用 *Gram-Schmidt* 正交化求一标准正交系.

五.定义线性算子 $\varphi: C[0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ 为 $\varphi(f) = \int_0^1 f(t) dt$. 证明: $\|\varphi\| = 1$.

六.对于 *Banach* 空间 E 及赋范空间 F , 设 $T_n \in B(E, F)$ 满足对 $\forall x \in E$, $\{T_n x\}_{x \in \mathbb{N}}$ 在 F 中收

敛. 定义 $Tx = \lim_{n \rightarrow \infty} T_n x$, 证明: $T \in B(E, F)$.

七.证明: 赋范空间的开子空间必是其自身.