

2023秋 数学物理方程 第一次小测

命题人：魏雅薇

一、证明：如果 $\Omega_1 \subset\subset \Omega_2$, 则存在 $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ 函数 $\varphi(x) \geq 0$, 使得

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_1; \\ 0, & x \in \Omega_2. \end{cases} \quad (1)$$

二、证明：若 u 在 Ω 上为0, 则它在 Ω 之任一开子集上的限制为0; 反之, 若 Ω 有一个开覆盖 $\{U_\alpha\}$, 而 $u|_{U_\alpha} = 0, \forall \alpha$, 则 $u = 0$.

三、证明：任一广义函数皆可用 $C^\infty(\mathbb{R}^n)$ 函数在 \mathcal{D}' 意义下逼近.

四、证明：若 $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$, 则 $f \in S'(\mathbb{R}^n)$.