

2024年春省身班《概率论》期末考试

2024年6月24日

1. 写出概率空间的定义 (15分!)
2. 设随机变量 ξ, η 概率分布为:

$$p(x, y) = 2 - x - y \quad 0 < x < 1; 0 < y < 1;$$

求出 ξ, η 的协方差矩阵。(17分)

3. 独立的随机变量 ξ, η 概率密度函数均为:

$$p(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

则 $\xi + \eta$ 和 $\frac{\xi}{\xi + \eta}$ 是否独立?

4. 陈述相关和独立的关系, 举例说明或给出证明 (18分)
5. ξ_1, ξ_2, ξ_3 独立且均遵从标准正态分布, 求 $\xi_1 + \xi_2 + \xi_3$ 和 $\xi_1 + \xi_2$ 的联合分布。
6. ξ_n 依分布收敛于 ξ, η_n 依概率收敛于常数 c 且 $c \neq 0$, 求证 $\frac{\xi_n}{\eta_n}$ 依分布收敛于 $\frac{\xi}{c}$ 。(10分)