

## 数值分析2024-2025期末测试卷

## 注意事项:

1. 命题人: 吴春林、赵志勇
2. 回忆人: xzqbear
3. 考试限时: 100 分钟
4. 本次考试中文命题.
5. 考试时间: 2025 年 1 月 7 日

## 一、解答题

1. 完成以下小题.

- (1) 将  $(1110110101)_2$  转换为八进制数.
- (2) 将  $(0.111)_2$  转换为十进制小数.
- (3) 求  $x^{\frac{1}{3}}$  的误差传播因子.

2. 完成以下小题:

- (1) 求系数  $a, b$  使得

$$\int_1^2 [e^x - ax - b]^2 dx$$

达到最小.

- (2) 设

$$X = \left(-1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

与函数  $f(x) = \frac{1}{3}(x - |x|)$ , 求最小二乘逼近  $g(x) = a$ .

- (3) 求  $\sin x$  在  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  的一次最佳一致逼近多项式.

3. 给定如下所示的线性方程组:

$$\begin{cases} 15x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 18 \\ -18x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -28 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

- (1) 写出系数矩阵.
  - (2) 求系数矩阵的 Doolittle 分解.
  - (3) 用列主元消元法解方程组.
4. 设数值积分公式为:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = C(f(x_0) + f(x_1) + f(x_2))$$

请给出  $C, x_0, x_1, x_2$  使得该数值积分公式的代数精度达到最大, 该公式是否为 Gauss 积分公式?

5. 利用 Newton 迭代法解方程  $x^2 - a = 0$  与  $1 - \frac{a}{x^2} = 0$ .

(1) 请分别给出迭代格式  $x = \varphi_1(x)$  和  $x = \varphi_2(x)$  当中的  $\varphi_1, \varphi_2$ .

(2) 设  $e_k = x_k - \sqrt{a}$ , 对 (1) 中的迭代格式计算

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e_{k+1}}{e_k^2}$$

(3) 若给定迭代格式  $x_{k+1} = c_1\varphi_1(x_k) + c_2\varphi_2(x_k)$ , 试给出  $c_1, c_2$  使得收敛阶达到三阶.

6. 对一个复杂的单变量函数, 能否给出插值节点序列, 使得插值误差尽可能小? 给出理由.