

2024-2025学年第一学期高等代数与解析几何期末考试

回忆人: jpp

一、(本题15分)计算下列行列式

$$\begin{vmatrix} x & y & -z & w \\ y & -x & -w & -z \\ z & -w & x & y \\ w & z & y & -x \end{vmatrix}$$

二、(本题15分)设 $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y + \lambda z = 0 \\ x + 4y + \lambda^2 z = 0 \end{cases}$$

问 λ 取何值时, 该方程组与 $x + 2y + z = \lambda - 1$ 有公共解并求出所有公共解

三、(本题15分)设 A 是 $n \times m$ 矩阵, 且秩为 n , 求证: 存在 $m \times n$ 矩阵 B , 使得 $BA = E_n$

四、(本题15分)设实矩阵 A 是反对称矩阵, 求证: 矩阵方程 $AX = X$ 只有零解

五、(本题15分)设平面 $\pi_1: 2x - y + z - 7 = 0, \pi_2: x + y + 2z + 11 = 0$, 求平分这两个平面所成夹角的平面的方程

六、(本题15分)设 $A(-1, -2, -3), \alpha = (6, -2, -3)$, 求过点 A , 垂直 α 并与下面直线 L 相交的直线

$$L: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}$$

七、(本题10分)设 α, β, γ 是空间中的任意向量, 求证:

$$(\alpha \times \beta, \beta \times \gamma, \gamma \times \alpha) = (\alpha, \beta, \gamma)^2$$