

2025–2026 学年度《运筹学》期末考试

命题人：胡威

考试时间：2026 年 6 月 29 日 14:00–15:40

1. 已知产销平衡表和最优调运方案如下：

产销平衡表（单位运价）

	A	B	C	D	产量
甲	10	1	20	11	15
乙	12	7	9	20	25
丙	2	14	16	18	5
	5	15	15	10	

最优调运方案

	A	B	C	D
甲		5		10
乙	0	10	15	
丙	5			

问乙地往 D 的单位运输价格变化为多少时，最优方案不唯一。并在此时求出一个具有相同运价的新方案，并写出最优运价。

2. 填空与简答

(1) 0-1 规划问题

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 6x_1 - 2x_2 - 3x_3 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + x_3 \geq 2, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 \leq 6, \\ x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases} \end{aligned}$$

最优值为 __，对应的最优解为 __。

(2) 问题

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + 5x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 \leq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

的对偶问题为：__，对偶问题的解的情况为 __（有最优解/无界解/无可行解）。

(3) 求解整数规划问题的松弛问题时，约束

$$x_1 + \frac{x_2}{3} - \frac{x_3}{4} = \frac{7}{2}$$

的对于变量 x_1 的割平面方程为：_____。

(4) 线性规划问题的原问题的函数值是否总是小于等于对偶问题的函数值？说明理由。

(5) 单纯形法和对偶单纯形法的区别和联系是什么？

3. 设在一由 A、B 二人参与的博弈中，A 对 B 的赢得矩阵为

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ -1 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

试问该游戏是否公平？A、B 的最佳策略和赢得值为？

4. 某游戏由两阶段组成。第一阶段玩家可选择付出 10 元从一个袋子里摸球，他有 50% 的概率摸出白球，有 50% 的概率摸出红球，接着玩家可以决定是否再付出 10 元进入第二阶段。第二阶段中，玩家可以从和第一阶段摸出的球相同颜色的袋子里摸球，摸出蓝球则获得 50 元，摸出绿球则没有收益。白色袋子里有 80% 的蓝球，20% 的绿球；红色袋子里有 10% 的蓝球，90% 的绿球。试画出决策树，并给出玩家的最优策略。

5. 现有甲、乙、丙、丁四人要完成 A、B、C、D、E 五个任务，其中 A 任务只能由甲或乙完成，C 任务只能由丙或丁完成，E 任务只能由甲、乙或丁完成，而乙、丁中有一人需要做两项工作。四人的完成各任务的用时如下：

	A	B	C	D	E
甲	25	29	31	42	37
乙	39	38	26	20	33
丙	34	27	28	40	32
丁	24	42	36	23	45

试用匈牙利法求出最优指派方案，并给出对应总用时。

6. 把下列问题化成线性规划问题：设 $c_{ij} \geq 0$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$,

$$\begin{aligned} \min_y \quad & \max \left\{ \sum_{j=1}^n c_{1j} y_j, \sum_{j=1}^n c_{2j} y_j, \dots, \sum_{j=1}^n c_{mj} y_j \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} y_1 + y_2 + \dots + y_n = 1, \\ y_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \end{cases} \end{aligned}$$

7. 把下面的非线性 0-1 规划化成标准的 0-1 线性规划问题：

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 x_2 x_3^2 + x_1^2 x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 5x_1 + 9x_2^2 x_3 \leq 15, \\ x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases} \end{aligned}$$

8. 在某机器厂中有甲、乙两种产品，需要由 A、B、C 三种机器加工。一单位甲需要占用 A、B、C 分别 2h、4h、0h，乙要 2h、0h、5h。A、B、C 的生产能力为 12h、16h、15h，每单位甲可获利 200 元，乙 300 元。现有下述目标：

P1: 希望利润不低于 1500;

P2: 按照市场需求，甲、乙的生产量应尽可能保持 1:2 的比例;

P3: 三个机器 A、B、C 尽量充分利用（三台机器权重相同）。

试建立该问题的目标规划模型。（不要求解）

9. 现在某工厂可以生产 A、B、C 三种产品，它们的单位利润和占用资源如下表所示：

	A	B	C	可用量
劳动力	6	3	5	45
原材料	3	4	5	30
单位利润	3	1	5	

工厂希望合理安排生产，使得利润尽可能高。

(1) 建立该问题的线性规划模型，并用单纯形法求解，给出最佳生产方案和对应的获利。

(2) 求出劳动力和原材料的影子价格。若现在原材料不足，可以从市场上以 0.8 元/kg 的价格购买，问是否需要购买？如购买，利润可以增加多少？最多可以购买多少原材料？

(3) C 的单位利润在什么范围里变动时，最优生产方案保持不变？