

2025-2026学年高等代数2-2第一次月考

第一题

将下面的多项式化为标准型

$$2y_1y_2 - 6y_2y_3 + 2y_1y_3$$

第二题

已知 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ 为线性空间 V 的一组基, 试求子空间

$$V = L(\gamma_1 + 2\gamma_2 + \gamma_3, -\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4) \cap L(2\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_4, \gamma_1 - \gamma_2 + 3\gamma_3 + 7\gamma_4)$$

的积和维数.

第三题

设

$$J = \begin{pmatrix} 0 & E_n \\ -E_n & 0 \end{pmatrix}, \quad L = \{A | A \in \mathbb{P}^{2n \times 2n}, AJ + JA^T = 0\}$$

(1) 证明 L 是 $\mathbb{P}^{2n \times 2n}$ 的子空间, 并求其维数及一组基.

(2) 对任意 $A, B \in L$, 证明: $BA - AB \in L$.

第四题

$$f(x_1, \dots, x_n) = l_1^2 + l_2^2 + \dots + l_h^2 - l_{h+1}^2 - \dots - l_{h+s}^2$$

l_i 是一次齐次多项式, 证明负惯性指数小于 s

第五题

A 半正定, 证明 A 的所有主子式都大于等于零

第六题

A 为 n 阶反对称矩阵, 证明: $E_n - A^{10}$ 正定

第七题

对于全空间 V 和子空间 N , 另有子空间 $M \subseteq N$, 记 M 的补空间为 L , 证明

$$N = M \oplus (N \cap L)$$