

2025-2026 年度《抽象函数与巴拿赫代数》 期末考试

命题人：刘锐

2026 年 6 月 23 日

1. (15) 证明矩阵空间 $M_{n \times n}$ 上不存在非 0 保乘线性泛函。
2. (10) 刻画 $L^1(\mathbb{R})$ 的极大理想空间并给出证明。
3. (10) 设 I 为 $B(\ell_2)$ 中的非平凡闭理想，证明 I 包含所有紧算子。
4. (15) 对任意 $T \in B(\ell_2)$ ，证明 $\overline{\text{Range } T} = (\ker T^*)^\perp$ 。
5. (10) 设 $0 \leq x \leq y$ ， x, y 可逆，证明 $y^{-1} \leq x^{-1}$ 。
6. (15) 设 x 正规，证明 $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ ，其中 $f \in C(\sigma(x))$ ， $g \in C(f(\sigma(x)))$ 。
7. (15) 证明可分 C^* -代数有忠实的态。
8. (10) 证明可分 C^* -代数有可数逼近单位元（按 n 递增）。