

# 多元统计题目回忆版

## 1. 条件期望和条件协方差计算

设

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}\right),$$

求  $E(X_2 | X_1)$  和  $\text{Var}(X_2 | X_1)$ 。

## 2. 似然比检验

两个正态分布，且  $\Sigma_1 = \Sigma_2$ ，但协方差矩阵未知，给出似然比检验。

## 3. 回归的推导和岭估计辨析

推导  $\hat{\beta}_{\text{OLS}}$  的形式；写出岭估计的惩罚项形式；分析岭估计是否无偏，并给出  $\hat{\beta}_{\text{OLS}}$  的  $\text{Var}$ 。

## 4. 主成分分析推导

推导主成分分析的基本形式，说明如何确定主成分个数  $m$ 。解释为什么

$$\arg \max_v v' S v$$

能够确定  $v$  为特征向量。

## 5. Bayes 和 LDA 的关系

(a) 说明 Bayes 判别和 LDA 的关系。

(b) 当  $p > n_1 + n_2$  时，LDA 会不稳，给出改进方法和原因。

(c) 给两个正态总体，以及错判损失  $c(1 | 2), c(2 | 1)$ ，设两类协方差矩阵相同但未知，求 Bayes 判别方法。

## 6. 聚类分析

给出六个点：

	$x_1$	$x_2$
A	0	0
B	1	0
C	0	2
D	6	0
E	0	7
F	6	2

对这些点做聚类，用欧氏距离和最短距离法，画树状图。